

**MEK 4530**

**Stabilitet og knekning av konstruksjoner**

**Høst 2006**

**Prosjektoppgave**

**Innleveringsfrist: 30.11.2006**

# Innhold

1. Innledning.....	3
2. Symboler .....	3
3. Oppgavene.....	3
4. Rapportering.....	5
5. Forutsetninger og annen informasjon.....	6
6. Referanser.....	6

# 1. Innledning

Oppgavene består av beregning av kritiske laster i enkle rammekonstruksjoner ved bruk av både tilnærmede og nøyaktig metode samt undersøkelse av maksimale bøyemomenter i søylene.

## 2. Symboler

$EA$	aksialstivhet
$EI$	bøyestivhet
$L$	lengde
$L_b$	lengde av bjelke
$L_e$	knekk lengde, effektiv lengde
$M$	totale momenter (inkl. 2. ordens virkning)
$M_{maks}$	det største totale momentet langs en søyle eller bjelke
$M_0$	1. ordens momenter
$\bar{M}$	ytre moment
$N$	aksialkraft i en søyle; velg positive som trykk.
$N_E$	$=\pi^2 EI/L^2$ Eulerlasten for en leddlagret stav
$N_{kr}$	kritisk aksialkraft i en søyle
$N_{kr}$	$=\pi^2 EI/L_e^2$
$P$	ytre vertikallast
$f_m$	momentforstørrelsesfaktor (alt., momentforsterkningsfaktor)
$k$	rotasjonsstivhet av fjær
$\alpha$	$=N/N_{kr}$ (kalles gjerne stabilitetsindeksen)
$\alpha_E$	$=N/N_E$
$\beta$	knekk lengdefaktor definert ved $L_e = \beta L$

## 3. Oppgavene

Hver oppgave består av to hoveddeler Del 1 og Del 2 som definert nedenfor. Rammene som skal undersøkes er vist i figur 1. Fordeling av oppgaver:

### Oppgave 1: Henrich Alvær

Rammen er vist i figur 1(a). Det kan være fordelaktig å forenkle rammen før løsningen stilles opp.

Vertikallaster:  $P_1 = 0$ ;  $P_2 = P$

Lengder:  $L_1 = 1.5 L$ ;  $L_2 = L$ ;  $L_b = L$

Bøyestivheter: Settes lik  $EI$  for søyler,  $0.5 EI$  for bjelker.

**Oppgave 2:** Henrik M. Eiding

Rammen er vist i figur 1(a). Det kan være fordelaktig å forenkle rammen før løsningen stilles opp.

Vertikallaster:  $P_1 = P$ ;  $P_2 = P$

Lengder:  $L_1 = 1.5 L$ ;  $L_2 = L$ ;  $L_b = L$

Bøyestivheter: Settes lik  $EI$  for søyler,  $0.5 EI$  for bjelker.

**Oppgave 3:** Steffen Korsmo

Rammen er vist i figur 1(b).

Vertikallaster:  $P_1 = 0$ ;  $P_2 = P$

Lengder:  $L_1 = 1.5 L$ ;  $L_2 = L$

Bøyestivheter:  $EI_1 = EI_2 = EI$ .

Rotasjonsstivheter:  $k_A = EI/L$ ;  $k_B = EI/L$ ;  $k_C$  uendelig stiv.

**Oppgave 4:** Tor Håkon Støkket

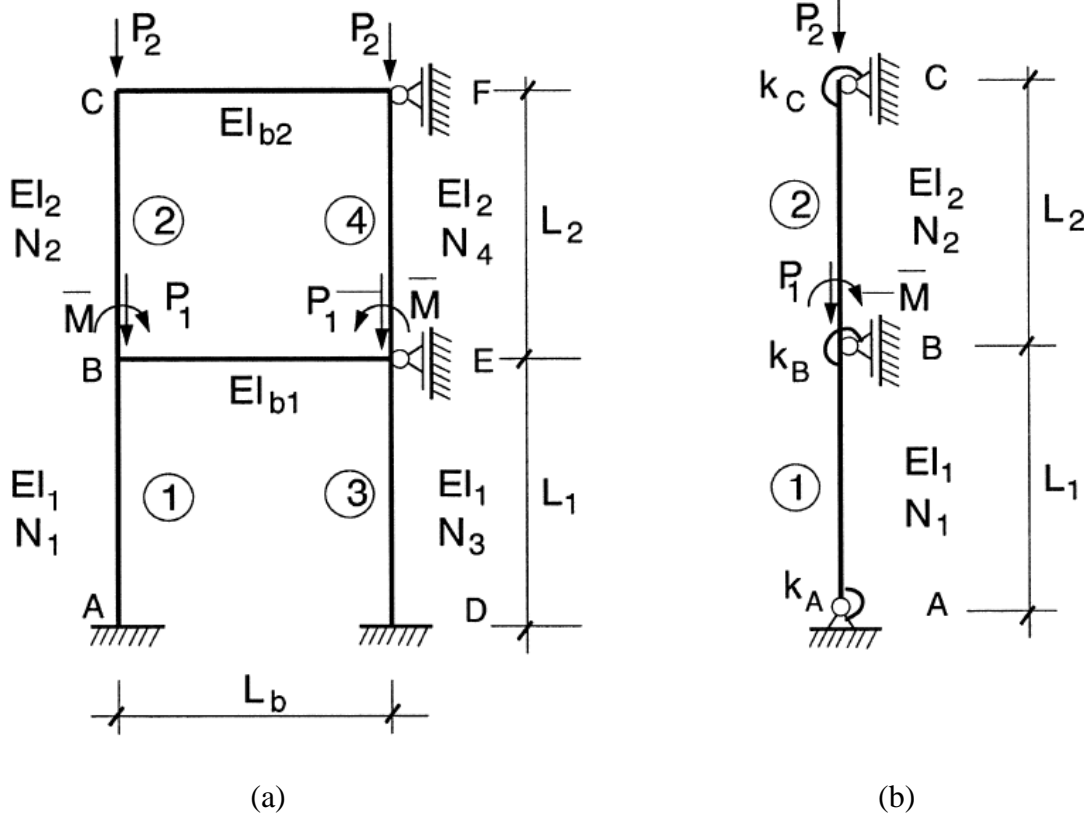
Rammen er vist i figur 1(b).

Vertikallaster:  $P_1 = P$ ;  $P_2 = P$

Lengder:  $L_1 = 1.5 L$ ;  $L_2 = L$ ;

Bøyestivheter:  $EI_1 = EI_2 = EI$ .

Rotasjonsstivheter:  $k_A = EI/L$ ;  $k_B = -5EI/L$ ;  $k_C$  uendelig stiv.



Figur 1

## DEL 1: Egenverdiberegning (knekning)

- Nøyaktig løsning. Beregn nøyaktig verdi for laveste egenverdi.
- Tilnærmede løsninger:
  - Beregn laveste egenverdi ved bruk av estimert effektiv lengde.
  - Beregn laveste egenverdi ved hjelp av Rayleigh-Ritz f.eks. med bjelkefunksjoner.
- Sammenlign tilnærmede og nøyaktig løsning og diskuter eventuelle avvik og hva disse kan skyldes.

## DEL 2: Bøyeberging etter 2. ordens linearisert teori

Rammen er påført ytre moment  $M$  som vist i figur 1.

- Beregn fordeling av snittkrefter (bøyemoment og skjærkraft) etter 1. ordens teori.
- Beregn følgende også etter 2. ordens teori for økende aksialkrefter representert ved størrelsen  $P$ :
  - Sammenheng i søyle 1 mellom relativt moment uttrykt ved  $f_{m1} = (M_{\max}/M_{0B})_1$  og relativ aksialkraft uttrykt ved  $\alpha_{E1}$ , eller ved stabilitetsindeksen  $\alpha_1$ . Momentet  $(M_{0B})_1$  er ved ende B av søyle 1.
  - Sammenheng i søyle 2 mellom relativt moment uttrykt ved  $f_{m2} = (M_{\max}/M_{0B})_2$  og relativ aksialkraft uttrykt ved  $\alpha_{E2}$ , eller ved stabilitetsindeksen  $\alpha_2$ . Momentet  $(M_{0B})_2$  er ved ende B av søyle 2.
- Resultater vises i tabell og figur, uttrykt ved dimensjonsløse størrelser, og kommenteres.
- I oppgave nr. 4 har  $k_B$  en negativ verdi. Forklar hvordan en slik negativ stivhet kunne oppstå.

## 4. Rapportering

Løsning av oppgaven skal leveres elektronisk i PDF-format. Det anbefales at rapporten skrives i LaTeX. Benytt symboler som definert nedenfor.

Beskriv alle vesentlige trekk i beregningsgangen, og legg vekt på at framstillingen blir klar og oversiktig. Inkluder figurer o.l. i et omfang som er nødvendig for en klar presentasjon av problem og løsninger.

Del opp besvarelsen i fornuftige avsnitt. Den kan f.eks. deles opp i avsnitt av typen:

- Innledning
- Problembeskrivelse
- Løsningsmetode og forutsetninger
- Resultater (en eller flere avsnitt, etter behov)
- Diskusjon
- Konklusjoner
- Sammendrag

## 5. Forutsetninger og annen informasjon

Alle elementer kan anses å ha uendelig stor aksialstivhet. Videre kan skærdeformasjoner neglisjeres. Ytre randbetingelser går fram av figur 1.

Det er behov for å benytte en programmerbar håndkalkulator, programvare som MatLab, e.l., for å forenkle konkrete utregninger. MatLab anbefales.

I elementer med aksialkraft kan maksimalt moment opptre mellom endene selv om elementet kun er påkjent av endemomenter og aksialkraft. Når momentene beregnet etter 2. ordens teori er kjent ved elementets ender, kan et eventuelt maksimalt moment mellom endene beregnes fra differentiallikningen, og uttrykkes ved

$$M_{maks} = \left| \frac{\sqrt{1 + \mu^2 - 2\mu \cos(\pi\sqrt{\alpha_E})}}{\sin(\pi\sqrt{\alpha_E})} M_2 \right|$$

hvor  $\mu$  er definert ved forholdet mellom momentene (med 2. ordens virkning inkludert) ved ende 1 og ende 2 av elementet. Dvs.  $\mu = -M_1/M_2$ . Momentene er definert som positive når de dreier i samme retning (f.eks. med urviseren). For flere detaljer, se Hellesland (1998).

Knekk lengder (effektive lengder) for enkeltstaver kan, om det er ønskelig, beregnes tilnærmet fra enkle formler som angitt f.eks. i Hellesland (1994).

Knekk lengder for kontinuerlige søyler over f.eks. flere etasjer kan beregnes tilnærmet, om ønskelig, med "midlingsmetoden" ("method of means", Hellesland og Bjorhovde, 1996).

## 6. Referanser

Hellesland, J. (1998). "Trykkstaver i rammesystemer", NIF kurs: Slanke betongkonstruksjoner – Beregning og dimensjonering. Norske Sivilingeniørers forening.

Hellesland, J. (1994). "Approximate effective length factors for columns with positive and negative end restraints", *Research Report in Mechanics*, No. 94-1, Avdeling for mekannikk, Matematisk institutt, Univ. i Oslo.

Hellesland, J. and Bjorhovde, R. (1996). "Improved frame instability analysis with effective lengths", *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 122, No. 11, November.

B. Hayman  
10.11.2006